

2021-2022学年浙教版数学八下第一章 二次根式 优生综合题特训

综合题

1. 综合题

先阅读下列的解答过程，然后再解答：

形如 $\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}}$ 的化简，只要我们找到两个正数 a, b ，使 $a+b=M$ ， $a-b=72$ ，使得 $(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = m$ ， $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{n}$ ，那么便有：

$$\sqrt{m \pm 2\sqrt{n}} = \sqrt{(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})^2} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b} (a > b)$$

例如：化简 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$

解：首先把 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ 化为 $\sqrt{7+2\sqrt{12}}$ ，这里 $m=7$ ， $n=12$ ，由于 $4+3=7$ ， $4 \times 3=12$

$$\text{即 } (\sqrt{4})^2 + (\sqrt{3})^2 = 7, \quad \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore \sqrt{7+4\sqrt{3}} = \sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2} = 2+\sqrt{3}$$

(1) 填空： $\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sqrt{10+4\sqrt{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 化简： $\sqrt{29-8\sqrt{13}}$.

2. 综合题

观察下列一组式的变形过程，然后回答问题：

$$\text{化简： } \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{1} = \sqrt{2}-1,$$

$$\text{则 } \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}, \quad \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} = \sqrt{4}-\sqrt{3}, \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \sqrt{5}-\sqrt{4} \dots$$

(1) 请直接写出下列式子的值： $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 请利用材料给出的结论，计算： $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$ 的值；

(3) 请利用材料提供的方法，计算 $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{101}+\sqrt{99}}$ 的值.

3. 综合题

三角形的周长为 $(5\sqrt{5}+2\sqrt{10})\text{cm}$ ，面积为 $(20\sqrt{6}+4\sqrt{5})\text{cm}^2$ ，已知两边的长分别为 $\sqrt{45}\text{cm}$ 和 $\sqrt{40}\text{cm}$ ，求：

(1) 第三边的长；

(2) 第三边上的高.

4. 综合题

现有一组有规律的数： $1, -1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\sqrt{3}, 1, -1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{3},$