

2022年上海市高三数学竞赛

1. 填空题

某侦察班有12名战士，其中报务员有3名. 现将这12名战士随机分成3组，分别有3名战士、4名战士、5名战士，那么每一组都有1名报务员的概率是_____.

2. 填空题

若直线 $ax - by + 2 = 0$ ($a > 0, b > 0$) 和函数 $y = c^{x+2} + 2$ ($c > 0, c \neq 1$) 的图象均恒过同一个定点，则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为_____.

3. 填空题

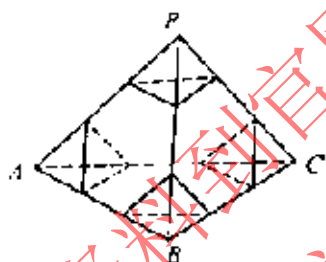
若复数 z 满足 $|z - \sqrt{3}| + |z + \sqrt{3}| = 4$ ，则 $|z + i|$ 的最大值为_____.

4. 填空题

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ($d \neq 0$)，前 n 项和为 S_n . 若数列 $\{\sqrt{8S_n + 2n}\}$ 也是公差为 d 的等差数列，则数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n =$ _____.

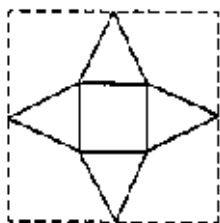
5.

如图所示，分别作正四面体 $P-ABC$ 的平行于四个面的截面，使得 $P-ABC$ 的四个面都被截成正六边形，截去4个小四面体后得到的多面体记为 G ，则四面体 $P-ABC$ 与多面体 G 的表面积比为_____，体积比为_____.



6. 填空题

边长为2的正方形，经如图所示的方式裁剪后，可以围成一个正四棱锥，则此正四棱锥的体积最大值为_____.



7. 填空题

设 a 是实数，关于 z 的方程 $(z^2 - 2z + 5)(z^2 + 2az + 1) = 0$ 有4个互不相等的根，它们在复平面上对应的4个点共圆，则实数 a 的取值范围是_____.

8. 填空题

已知 $x, y \in [0, +\infty)$ ，则 $x^3 + y^3 - 5xy$ 的最小值为_____.