

2022浙江高三上学期高中数学期末考试

1.

已知函数 $f(x) = x^2 + (x-1)|x-a|$.

- (1) 若 $a = -1$, 解方程 $f(x) = 1$;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在 R 上单调递增, 求实数 a 的取值范围;
- (3) 若 $a < 1$ 且不等式 $f(x) \geq 2x - 3$ 对一切实数 $x \in R$ 恒成立, 求 a 的取值范围

2.

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 3a_{n-1} + 3^n - 1 (n \in N^*, n \geq 2)$ 且 $a_2 = 95$.

- (1) 求 a_1, a_2 的值;
- (2) 是否存在一个实数 t , 使得 $b_n = \frac{1}{3^n}(a_n + t) (n \in N^*)$ 且 $\{b_n\}$ 为等差数列? 若存在, 求出 t 的值; 如不存在, 请说明理由;
- (3) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

3.

已知过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 斜率为 $2\sqrt{2}$ 的直线交抛物线于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) (x_1 < x_2)$ 两点, 且 $|AB| = 9$.

- (1) 求该抛物线的方程;
- (2) O 为坐标原点, C 为抛物线上一点, 若 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \lambda \overrightarrow{OB}$, 求 λ 的值.

4.

设 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $2S + \sqrt{3} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

- (1) 求角 A 的大小;
- (2) 若 $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{3}$, 且角 B 不是最小角, 求 S 的取值范围.

5.

已知函数 $f(x) = 2a \sin \omega x \cos \omega x + 2\sqrt{3} \cos^2 \omega x - \sqrt{3} (a > 0, \omega > 0)$ 的最大值为 2, x_1, x_2 是集合

$M = \{x \in R \mid f(x) = 0\}$ 中的任意两个元素, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$.