

2022天津高一上学期高中数学期中考试

1.

已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的单调递减的奇函数 $f(x)$ ，当 $x > 0$ 时， $f(x) = \frac{x}{3} - 2^x$ 。

(1) 求 $f(-1)$ 的值；

(2) 求 $f(x)$ 的解析式；

(3) 若对任意的 $t \in \mathbf{R}$ ，不等式 $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$ 恒成立，求实数 k 的取值范围。

2.

已知定义在区间 $(-1, 1)$ 上的函数 $f(x) = \frac{x+a}{x^2+1}$ 为奇函数。

(1) 求实数 a 的值；

(2) 判断并证明函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上的单调性；

(3) 解关于 t 的不等式 $f(t-1) + f(t) < 0$ 。

3.

已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{1}{4} \leq 2^{x-1} \leq 16 \right\}$ ， $B = \left\{ x \mid \frac{8}{x+3} \geq 1 \right\}$ 。

(1) 求集合 $A \cap B$ ；

(2) 若 $C = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ ， $C \subseteq (A \cap B)$ ，求实数 m 的取值范围。

4.

设函数 $f(x) = ax^2 + (b-2)x + 3$ 。

(1) 若 $f(0) = 3$ ，且 $a > 0, b > 0$ ，求 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值；

(2) 若 $f(0) = 2$ ，且 $f(x) > 2$ 在 $(-1, 1)$ 上恒成立，求实数 a 的取值范围。

5.

已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，对任意实数 x, y 满足： $f(x+y) = f(x) + f(y) + \frac{1}{2}$ ，且 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ ，当