

河北省衡水市桃城区第十四中学2022_2020学年高一下学期第八次综合测试数学试题含答案

1.

已知数列 $\{a_n\}$ 满足对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有

$$a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3 = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)^3, \quad \forall a_n > 0.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\left\{\frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n , 不等式 $S_n > \frac{1}{3} \lg_a(1-a)$ 对任意的正整数 n 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

2.

已知点 $(1, \frac{1}{3})$ 是函数 $f(x) = a^x (a > 0, \forall a \neq 1)$ 的图象上一点, 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $f(n) - c$, 数列 $\{b_n\} (b_n > 0)$ 的首项为 c , 且前 n 项和 S_n 满足 $S_n - S_{n-1} = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}}$ ($n \geq 2$).

(1) 求常数 c ;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(3) 若数列 $\left\{\frac{1}{b_n \cdot b_{n+1}}\right\}$ 前 n 项和为 T_n , 问 $T_n > \frac{1000}{2009}$ 的最小正整数 n 是多少?

3.

已知各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 \cdot a_4 \cdot a_1 + a_2 + a_3 = 14$, 则满足 $\frac{1}{a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2}} > \frac{1}{9}$ 的最大正整数 n 的值为_____.

4.

已知函数 $f(x) = x^a$ 的图象过点 $(4, 2)$, 令 $a_n = \frac{1}{f(n+1) + f(n)}, n \in \mathbb{N}^*$. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2016} =$ _____.

5.

已知关于 x 的不等式 $(ax - a^2 - 4)(x - 4) > 0$ 的解集为 A , 且 A 中共含有 n 个整数, 则当 n 最小时实数 a 的值为_____.

6.