

2021-2022学年江苏省某中学高三（下）期初数学试卷

1.

已知椭圆中心在原点，焦点在x轴上，离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，点 $F_1, F_2$ 分别为椭圆的左、右焦点，过右焦点 $F_2$ 且垂直于长轴的弦长为 $\sqrt{2}$

(1) 求椭圆的标准方程；

(2) 过椭圆的左焦点 $F_1$ 作直线 $l$ ，交椭圆于P, Q两点，若 $\overrightarrow{F_2P} \cdot \overrightarrow{F_2Q} = -2$ ，求直线 $l$ 的倾斜角.

2.

已知A、B、C三点的坐标分别为A(3, 0)、B(0, 3)、C( $\cos\alpha, \sin\alpha$ )， $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ .

(1) 若 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$ ，求角 $\alpha$ 的值；

(2) 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$ ，求 $\frac{2\sin^2\alpha + \sin 2\alpha}{1 + \tan\alpha}$ 的值.

3.

选修4-5：不等式选讲

设a, b是非负实数，求证： $a^3 + b^3 \geq \sqrt{ab}(a^2 + b^2)$ .

4.

若实数x, y, m满足 $|x - m| < |y - m|$ ，则称x比y接近m.

(1) 若 $x^2 - 1$ 比3接近0，求x的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数a, b，证明： $a^2b + ab^2$ 比 $a^3 + b^3$ 接近 $2ab\sqrt{ab}$ ；

(3) 已知函数 $f(x)$ 的定义域 $D = \{x | x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{R}\}$ . 任取 $x \in D$ ， $f(x)$ 等于 $1 + \sin x$ 和 $1 - \sin x$ 中接近0的那个值. 写出函数 $f(x)$ 的解析式，并指出它的奇偶性、最小正周期、最小值和单调性（结论不要求证明）.

5.

已知函数 $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ .

(1) 如果 $a > 0$ ，函数在区间 $(a, a - \frac{1}{2})$ 上存在极值，求实数a的取值范围；

(2) 当 $x \geq 1$ 时，不等式 $f(x) \geq \frac{k}{x+1}$ 恒成立，求实数k的取值范围.