

2022湖南高三上学期人教版高中数学月考试卷

1.

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 1 \\ \frac{1}{x}, & 0 < x < 1 \end{cases}$, $g(x) = af(x) - |x - 2|$, $a \in \mathbb{R}$.

(I) 当 $a = 0$ 时, 若 $g(x) \leq |x - 1| + b$ 对任意 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围;

(II) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $y = g(x)$ 的最小值.

2.

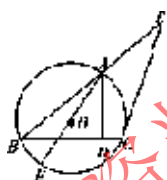
在直角坐标系 xOy 中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 已知曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2 = \frac{1}{1 + 2\cos^2 \theta}$, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho = \frac{1}{\sin \theta + \cos \theta}$.

(I) 写出曲线 C_1 与直线 l 的直角坐标方程;

(II) 设 Q 为曲线 C_1 上一动点, 求 Q 点到直线 l 距离的最小值.

3.

如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $AB = BC$, AD 是 BC 边上的高, AE 是 $\odot O$ 的直径. 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 BA 的延长线于点 F .



(I) 求证: $AC \cdot BC = AD \cdot AE$

(II) 若 $AF = 2$, $CF = 2\sqrt{2}$, 求 AE 的长.

4.

已知函数 $f(x) = \ln x + ax$, $a \in \mathbb{R}$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若函数 $f(x)$ 的两个零点为 x_1, x_2 且 $\frac{x_2}{x_1} \geq e^2$, 求证: $(x_1 - x_2)f'(x_1 + x_2) > \frac{6}{5}$.

5.

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 点 $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 C 上.