

2022湖南高三下学期高中数学月考试卷

1.

(I)若不等式 $|x - m| < 1$ 成立的充分不必要条件为 $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ ，求实数 m 的取值范围；

(II)关于 x 的不等式 $|x - 3| + |x - 5| < a$ 的解集不是空集，求实数 a 的取值范围.

2.

若圆 $x^2 + y^2 = 4$ 在伸缩变换 $\begin{cases} x' = \lambda x \\ y' = 3y \end{cases}$ ($\lambda > 0$)的作用下变成一个焦点在 x 轴上，且离心率为 $\frac{4}{5}$ 的椭圆，求 λ 的值；

(II)在极坐标系中，已知点 $A(2, 0)$ ，点 P 在曲线 $C: \rho = \frac{2 + 2\cos \theta}{\sin^2 \theta}$ 上运动，求 P 、 A 两点间的距离的最小值.

3.

设函数 $f(x) = \ln x + \frac{a}{e^x}$.

(I)求函数 $f(x)$ 的单调区间；

(II)若 $a = 2$ ，证明：对任意的实数 $x > 0$ ，都有 $f(x) > e^{-x}$.

4.

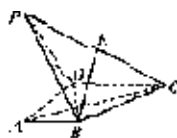
已知 $M(4, 0)$ ， $N(1, 0)$ ，曲线 C 上的任意一点 P 满足： $|\sin \angle OMN| \cdot |\sin \angle MPN| = 6| \sin \angle PMN|$.

(I)求点 P 的轨迹方程；

(II)过点 $N(1, 0)$ 的直线与曲线 C 交于 A ， B 两点，交 y 轴于 H 点，设 $\vec{HA} = \lambda_1 \vec{AN}$ ， $\vec{HB} = \lambda_2 \vec{BN}$ ，试问 $\lambda_1 + \lambda_2$ 是否为定值？如果是定值，请求出这个定值；如果不是定值，请说明理由.

5.

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AD \perp AB$ ， $AB \parallel DC$ ， $AD = DC = AP = 2$ ， $AB = 1$ ，点 E 为



棱 PC 的中点.