

吉林省延边州2022届高三数学下学期质量检测试题试卷及答案 理

1.

设函数 $f(x) = \alpha x - \sin x, x \in [0, \pi]$

(I) 当 $\alpha = \frac{1}{2}$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若不等式 $f(x) \leq 1 - \cos x$ 恒成立, 求实数 α 的取值范围.

2.

已知点P为y轴上的动点, 点M为x轴上的动点, 点F(1, 0)为定点, 且满足 $\overrightarrow{PN} + \frac{1}{2}\overrightarrow{NM} = \mathbf{0}, \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PF} = 0$

(I) 求动点N的轨迹E的方程;

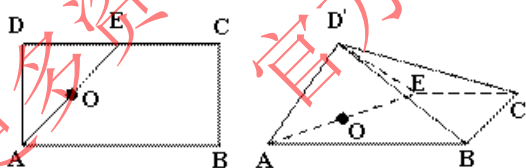
(II) 过点F且斜率为k的直线l与曲线E交于两点A, B. 试判断在x轴上是否存在点C, 使得 $|CA|^2 + |CB|^2 = |AB|^2$ 成立, 请说明理由.

3.

如图, 在矩形ABCD中, $AB=4, AD=2$, E是CD的中点, O是AE的中点, 以AE为折痕向上折起, 使D为D', 且 $D'B = D'C$.

(I) 求证: 平面D'AE ⊥ 平面ABCE;

(II) 求CD'与平面ABD'所成角的正弦值.



4.

2015年7月9日21时15分, 台风“莲花”在我国广东省陆丰市甲东镇沿海登陆, 造成165.17万人受灾, 5.6万人紧急转移安置, 288间房屋倒塌, 46.5千公顷农田受灾, 直接经济损失12.99亿元. 距离陆丰市222千米的梅州也受到了台风的影响, 适逢暑假, 小明调查了梅州某小区的50户居民由于台风造成的经济损失, 将收集的数据分成 $[0, 2000]$, $(2000, 4000]$, $(4000, 6000]$, $(6000, 8000]$, $(8000, 10000]$ 五组, 并作出如下频率分布直方图(图1):

(I) 试根据频率分布直方图估计小区平均每户居民的平均损失(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);