

福建省三校2022届高三数学上学期第二次联考试题理

1.

已知函数 $f(x) = x \ln x + ax + b$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 $3x - y - 2 = 0$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递减区间;

(2) 若 $k \in \mathbb{Z}$, 且存在 $x > 0$, 使得 $k > \frac{f(x+1)}{x}$ 成立, 求 k 的最小值.

2.

正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_{n+1} + S_n = \frac{1}{a_{n+1}}$, 且 $a_1 = 1$.

(1) 求 a_n ; (2) 若 $b_n = \frac{a_{n+1}}{S_n}$, 求证: 数列 $\{b_n^2\}$ 的前 n 项和 $T_n < \frac{2n-1}{n}$.

3.

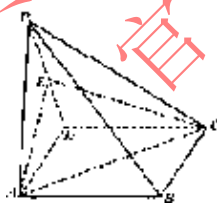
如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形,

侧面 PAD 为正三角形, 且平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PD 中点,

$AD = 2$.

(1) 求证: 平面 $AEC \perp$ 平面 PCD ;

(2) 若二面角 $A-PC-E$ 的平面角大小 θ 满足 $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$, 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.



4.

某电视台举行知识大奖赛, 比赛分初赛和决赛两部分. 为了增加节目的趣味性, 初赛采用选手选一题答一题的方式进行, 每位选手最多有5次选题答题的机会, 选手累计答对3题者比赛结

束, 直接进入决赛, 否则要答完5道题. 已知选手甲答题的正确率为 $\frac{1}{3}$.

(1) 求选手甲可进入决赛的概率;

(2) 设选手甲在初赛中答题的个数为 ξ , 试写出 ξ 的分布列, 并求 ξ 的数学期望.