

江苏省13市2022届高三数学上学期考试试题分类汇编导数及其应用试卷及答案

1.

已知两曲线 $f(x) = 2\sin x$, $g(x) = a\cos x$, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 相交于点P. 若两曲线在点P 处的切线互相垂直, 则实数 a 的值为_____.

2.

若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - ax + 3a$ 在区间 $[1, 2]$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是_____.

3.

已知 $f(x)$ 为奇函数, 当 $x < 0$ 时, $f(x) = e^x + x^2$, 则曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线斜率为_____.

4.

已知函数 $f(x) = x + a\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是_____.

5.

已知 $x = 1, x = 5$ 是函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 两个相邻的极值点, 且 $f(x)$ 在 $x = 2$ 处的导数 $f'(2) < 0$, 则 $f(0) =$ _____.

6.

设函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = ax + \frac{a-1}{x} - 3$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $a = 2$ 时, 解关于 x 的方程 $g(e^x) = 0$ (其中 e 为自然对数的底数);

(2) 求函数 $\varphi(x) = f(x) + g(x)$ 的单调增区间;

(3) 当 $a = 1$ 时, 记 $h(x) = f(x) \cdot g(x)$, 是否存在整数 λ , 使得关于 x 的不等式 $2\lambda \geq h(x)$ 有解? 若存在, 请求出 λ 的最小值; 若不存在, 请说明理由.

(参考数据: $\ln 2 \approx 0.6931$, $\ln 3 \approx 1.0986$)

7.

已知函数 $f(x) = ax^3 - x - \ln x$, $a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = \frac{3}{8}$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若 $-1 \leq a \leq 0$, 证明: 函数 $f(x)$ 有且只有一个零点;