

甘肃省甘谷县第一中学2022届高三数学上学期第一次检测考试试题理（含解析）

1.

已知 $y = f(x)$ $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 2$.

(I) 若 $a = 1$, 求曲线在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 若 $a < 0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 若不等式 $2x \ln x \leq f'(x) + a^2 + 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

2.

已知函数 $f(x) = \log_a(x+1)$, $g(x) = \log_a(1-x)$ (其中 $a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(1) 求函数 $f(x) + g(x)$ 的定义域.

(2) 判断函数 $f(x) - g(x)$ 的奇偶性, 并予以证明.

(3) 求使 $f(x) + g(x) < 0$ 成立的 x 的集合.

3.

已知函数 $f(x) = 1 - \frac{4}{2a^x + a}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数.

(1) 求 a 的值;

(2) 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) > 2^x - 2$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

4.

已知三个集合: $A = \{x \in \mathbb{R} | \log_2(x^2 - 5x + 6) = 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | 2^{x^2 - 2x - 3} = 1\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - ax - a^2 - 19 > 0\}$.

(I) 求 $A \cup B$;

(II) 已知 $A \cap C \neq \emptyset$, $B \cap C = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

5.

设命题 p : “对任意的 $x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 2x > a$ ”, 命题 q : “存在 $x \in \mathbb{R}$, 使 $x^2 + 2ax + 2 - a = 0$ ”. 如果命题 $p \vee q$ 为真, 命题 $p \wedge q$ 为假, 求实数 a 的取值范围.

6.

函数 $f(x) = x^{2-m}$ 是定义在 $[-3-m, m^2-m]$ 上的奇函数, 求 $f(m)$ 的值.